

نام :
نام خانوادگی :
شماره کلاس :
شماره صندلی :

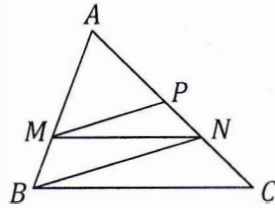


نام درس : هندسه دهم
رشته : ریاضی
مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۰۳/۱۸

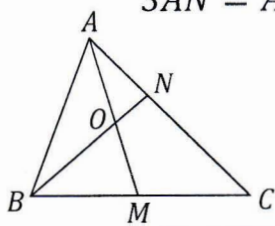
۲ (۱) ثابت کنید در هر مثلث دلخواه ، اگر دو ضلع نابرابر باشند، آنگاه زاویه ی روبرو به ضلع بزرگتر، بزرگتر از زاویه ی روبرو به ضلع کوچکتر است. و برعکس.

۱/۵ (۲) ثابت کنید عمودمنصف های اضلاع مثلث هم‌رسند.

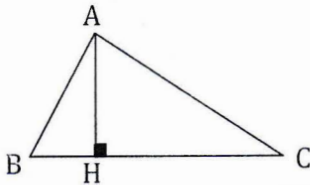
۱/۵ (۳) در شکل روبرو $BN \parallel MP$ و $BC \parallel MN$ است. ثابت کنید : $AN^2 = AP \cdot AC$



۱/۵ (۴) در شکل روبرو AM میانه است و نقطه ی O وسط پاره خط AM قرار دارد. ثابت کنید : $3AN = AC$



۱/۵ (۵) با استفاده از تشابه ثابت کنید در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) ارتفاع وارد بر وتر واسطه هندسی بین قطعاتی است



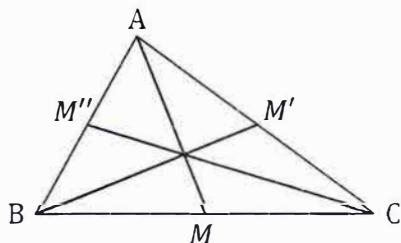
که روی وتر ایجاد کرده است : $AH^2 = BH \cdot CH$

۱ (۶) تعداد قطرهای یک n ضلعی ۳۳ واحد بیشتر از تعداد اضلاع آن است. مجموع زوایای داخلی n ضلعی چند درجه است ؟

۱/۵ (۷) اوساط اضلاع یک چهارضلعی را بطور متوالی به هم وصل میکنیم. ثابت کنید چهارضلعی پدیدآمده متوازی الاضلاع است:

۱/۵ (۸) ثابت کنید شکل حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی یک متوازی الاضلاع ، مستطیل است :

۱/۵ (۹) میانه های مثلث ABC در نقطه ی O هم‌رسند.



ثابت کنید : $S_{AOB} = S_{AOC} = S_{BOC} = \frac{1}{3} S_{ABC}$

۱ (۱۰) جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید :

(الف) دو خط که درون یک صفحه قرار نمی گیرند را گویند.

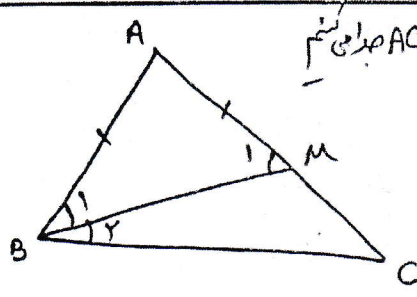
(ب) اگر دو خط بر یک صفحه عمود باشند ، آن دو خط میباشند.

(پ) اگر خطی با یکی از خطوط درون صفحه موازی باشد با صفحه است.

(ت) اگر صفحه ای بر یکی از دو صفحه ی موازی عمود باشد، بر صفحه ی دوم است.

	نام و نام خانوادگی :	شماره کلاس :	شماره صندلی :	صفحه دوم
۱	<p>(۱۱) حجم و مساحت جانبی مکعبی از نظر عددی با هم برابرند. مساحت سطح مقطعی که صفحه ی قطری ایجاد میکند چقدر است؟</p>			
۱/۵	<p>(۱۲) قاعده ی منشوری شش ضلعی منتظم به ضلع ۸ می باشد. اگر ارتفاع منشور ۱۲ باشد. مساحت کل و حجم منشور را بدست آورید:</p>			
۱/۵	<p>(۱۳) مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۲ واحد را حول ضلع آن دوران میدهیم. حجم شکل فضایی حادث چقدر است :</p>			
۱/۵	<p>(۱۴) تویی به شعاع ۵ روی زمین قرار دارد. صفحه ای موازی زمین و به فاصله ی ۸ واحد از سطح زمین توپ را قطع میکند. مساحت مقطع چقدر است؟</p>			
	<p>محل انجام محاسبات :</p>			

استدلال آسان و بزرگ (کلید درس هندسه > هم)



مرحله ۱: ابتدا از رأس A، اندازه AB روی AC برداری کنیم

① $\frac{AB > AC, \triangle ABC}{\hat{B} > \hat{C}}$

$AB = AM \Rightarrow \triangle ABM \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{M}_1$ (I)

$\triangle BMC: \hat{M}_1 = \hat{B}_2 + \hat{C} \Rightarrow \hat{M}_1 > \hat{C}$ (II)

$\hat{B} = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 \Rightarrow \hat{B} > \hat{B}_1 \stackrel{(I)}{\Rightarrow} \hat{B} > \hat{M}_1$ (III)

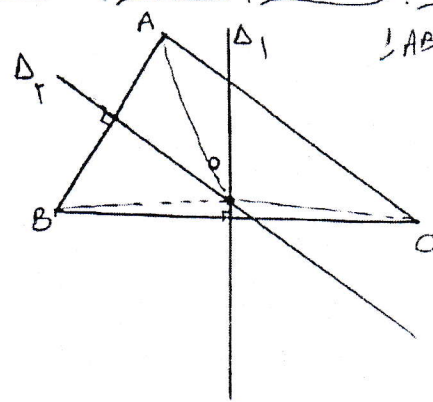
$\stackrel{(II), (III)}{\Rightarrow} \hat{B} > \hat{M}_1 > \hat{C} \Rightarrow \hat{B} > \hat{C} \square$

مرحله ۲: فرض کنیم $AC < AB$

$\frac{\hat{B} > \hat{C}, \triangle ABC}{AC > AB}$

$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} AC = AB \Rightarrow \triangle ABC \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \quad \times \\ AC < AB \Rightarrow \hat{B} < \hat{C} \quad \times \end{array} \right.$

چون با فرض درست بودن این فرض منتهی به تناقض می‌شود پس فرض اول درست است.

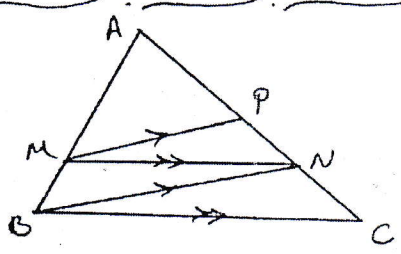


مرحله ۱: عمود منصف اضلاع BC و AB را رسم می‌کنیم تا هم‌تراز در نقطه O قطع کند.

② $\frac{\triangle ABC, \text{ رسم عمود منصفها}}{\text{عمود منصفها هم‌ترازند}}$

$\left. \begin{array}{l} \Delta_1 \perp BC \xrightarrow{\text{نقطه میانی}} BO = CO \\ \Delta_2 \perp AB \xrightarrow{\text{نقطه میانی}} AO = BO \end{array} \right\} \Rightarrow AO = CO$

\Rightarrow نقطه O روی عمود منصف AC قرار دارد.
 \Rightarrow عمود منصفهای اضلاع مثلث هم‌ترازند.

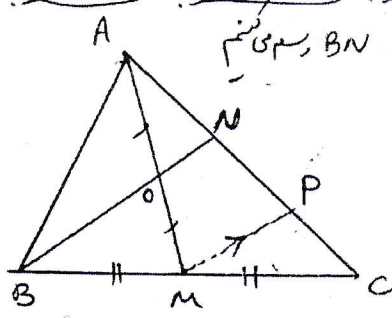


③ $\frac{MP \parallel BN, MN \parallel BC, \triangle ABC}{AN^2 = AP \cdot AC}$

$\triangle ABC: MN \parallel BC \xrightarrow{\text{نسبت فیثاغورس}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ (I)

$\triangle ABN: MP \parallel BN \xrightarrow{\text{نسبت فیثاغورس}} \frac{AM}{AB} = \frac{AP}{AN}$ (II)

$\stackrel{(I), (II)}{\Rightarrow} \frac{AN}{AC} = \frac{AP}{AN} \Rightarrow AN^2 = AP \cdot AC \square$



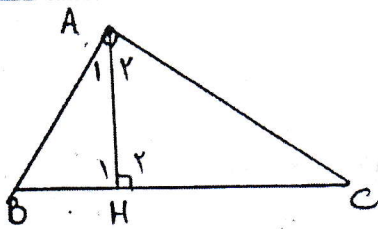
مرحله ۱: با وصل M, P (موازی BN) عمود منصف AM را رسم می‌کنیم.

④ $\frac{AM \perp BN, O \text{ وسط } AM, \triangle ABC}{\hat{A}N = AC}$

$\triangle AMP: ON \parallel MP \xrightarrow{\text{نسبت فیثاغورس}} \frac{AO}{OM} = \frac{AN}{NP} \xrightarrow{AO=OM} AN = NP$ (I)

$\triangle BNC: BN \parallel MP \xrightarrow{\text{نسبت فیثاغورس}} \frac{MC}{BM} = \frac{CP}{PN} \xrightarrow{BM=CM} CP = PN$ (II)

$\stackrel{(I), (II)}{\Rightarrow} AN = NP = PC \Rightarrow AC = 3AN \square$



$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \\ \hat{B} + \hat{A}_1 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{A}_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{A}_2 \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \end{array} \right. \Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{CH}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH$$

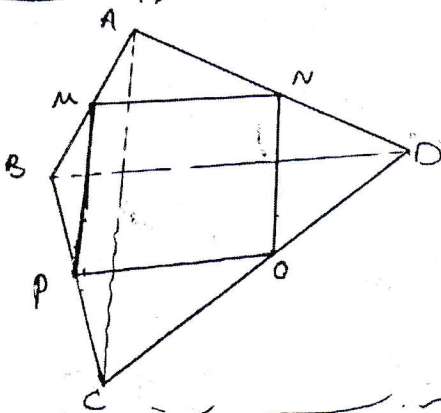
فصلنامه ۱۵
 در مثل قائم‌الزاویه ABC ، $\hat{A} = 90^\circ$ ، AM ارتفاع
 $AH^2 = BH \cdot CH$

$$D = n + 2r \Rightarrow \frac{n(n-2)}{2} = n + 2r \Rightarrow n^2 - 2n - 4r = 0$$

$$\Rightarrow (n-11)(n+4) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n = 11 \checkmark \\ n = -4 \times \end{array} \right.$$

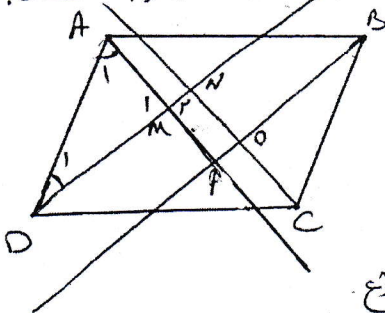
فصلنامه ۱۶
 $D = n + 2r$
 $\Sigma A = ?$

$$\Sigma A = (n-2)180 = 9 \times 180 = 1620$$



فصلنامه ۱۷
 در مثل ABD ، M و N روی AB و AD است
 $\triangle ABD: \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN \parallel BD$
 $MN \parallel PO$ ، $OP \parallel BD$: $OP \parallel BD$ به این ترتیب
 $MNOP$ متوازی‌الاضلاع $\Leftarrow NO \parallel MP$ به این ترتیب

فصلنامه ۱۸
 در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، M و N روی AB و CD است
 $MNOP$ مستطیل



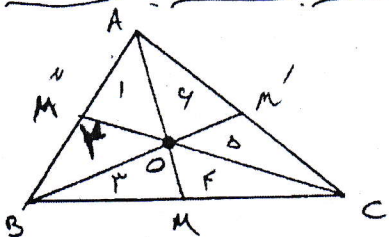
$$\text{متوازی‌الاضلاع } ABCD \Rightarrow \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{D}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{M}_1 = 90^\circ$$

$$\text{به این ترتیب } \Rightarrow \hat{M}_2 = 90^\circ \Rightarrow \hat{O}_2 = 90^\circ$$

$$\text{متوازی‌الاضلاع } ABCD \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 + \hat{B}_2 = 90^\circ \Rightarrow \hat{P}_2 = 90^\circ \Rightarrow \hat{M}_2 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow MNOP \text{ مستطیل}$$

فصلنامه ۱۹
 در مثل ABC ، M ، N ، P ، Q وسط AB ، BC ، CA ، AM ، BN ، CP ، AQ هستند
 $S_{AQB} = S_{AOC} = S_{BOC} = \frac{1}{4} S_{ABC}$



$$S_{AQB} = S_{AOC} = S_{BOC} = S_{AOP} = \frac{1}{4} S_{ABC}$$

$$S_{AQB} = S_{AOC} = S_{BOC} = \frac{1}{4} S_{ABC}$$

$$\text{به این ترتیب } \Rightarrow S_{AQB} = S_{AOC} = S_{BOC} = \frac{1}{4} S_{ABC}$$

(ب) مکعب

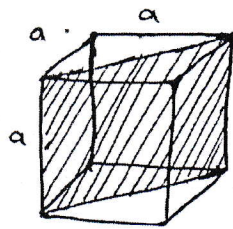
(ب) موازی

(ب) موازی

(الف) متناظر 10

$$V = S_i \Rightarrow a^3 = 4a^2 \Rightarrow a = 4$$

$$S = a^2 \sqrt{2} = 14\sqrt{2}$$



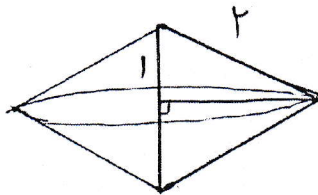
فا 11
ع $V = S_i$
قطره

$$S_i = P_b \cdot h = 4 \times 4 \times 12 = 576$$

$$S_T = S_i + 2S_b = 576 + 2\left(4 \frac{\sqrt{2}}{2} \times 4^2\right) = 576 + 192\sqrt{2}$$

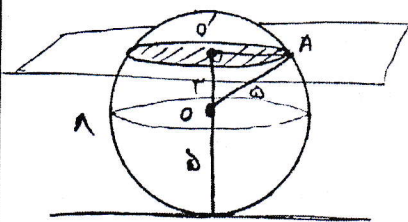
$$V = S_b \cdot h = 94\sqrt{2} \times 12 = 1128\sqrt{2}$$

فا 12
ع $h = 12, a = 4$ شش ضلعی منتظم، دوایر متوازی
 $S_T = ?$ $V = ?$



فا 13
ع $V_T = ?$

$$\left. \begin{aligned} V_T &= 2V_{\text{مخروط}} \\ h &= \frac{a}{2} = 1 \\ r &= \frac{\sqrt{2}}{2} a = \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_T = 2 \times \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi \times 2 \times 1 = \frac{4}{3} \pi$$



$$OO'A: r = \sqrt{a^2 - x^2} = 4$$

$$S = \pi r^2 = 14\pi$$

فا 14
ع $S_T = ?$