



نام و نام خانوادگی:

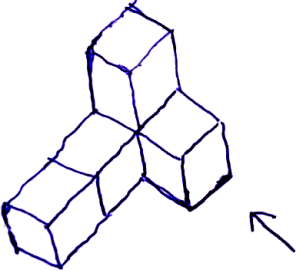
مقطع و رشته: دهم (ریاضی)

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

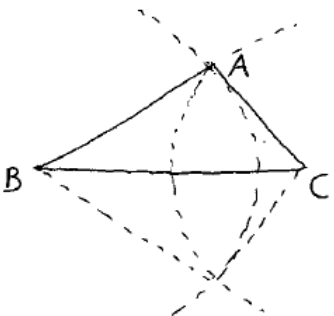
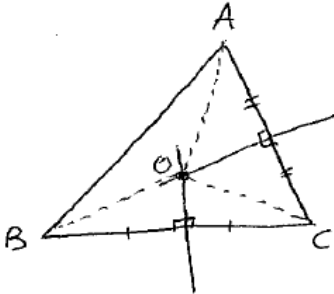
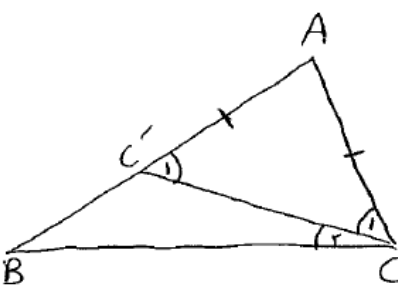
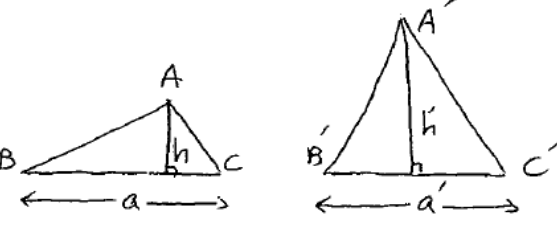
محل مهر و امضا: مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:
ردیف	سوالات			
۱	روش رسم مثلثی به اضلاع ۵، ۷ و ۹ را بیان کنید.			
۱	ثابت کنید عمودمنصف های اضلاع هر مثلث، هم‌مس اند.			
۱	ثابت کنید اگر دو ضلع از مثلثی نابرابر باشند، زاویه ی رو به رو به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه ی رو به رو به ضلع کوچکتر.			
۱	ثابت کنید اگر قاعده های دو مثلث، برابر باشند، نسبت مساحت های آن ها برابر است با نسبت ارتفاع های وارد بر این قاعده ها.			
۱.۵	<p>در شکل زیر $MN \parallel BC$، مقادیر x و y را بیابید.</p>			
۱.۵	ثابت کنید در مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، میانگین هندسی دو قطعه ای است که روی وتر می سازد.			
۱	تعداد قطرهای یک چندضلعی، سه برابر تعداد اضلاع آن است. مجموع زوایای داخلی این چندضلعی را بیابید.			
۱	ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع، ضلع عای رو به رو، با هم برابرند.			
۲	ثابت کنید در مثلث قائم الزاویه، میانه ی وارد بر وتر، نصف وتر است.			
۱	ثابت کنید در ذوزنقه ی متساوی الساقین، قطرهای با هم برابرند.			
۱	قطرهای یک چهار ضلعی بر هم عمودند. ثابت کنید مساحت آن برابر است با نصف حاصل ضرب دو قطر.			
۱	ثابت کنید مجموع فواصل هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع، برابر است با ارتفاع مثلث.			

ردیف	ادامه ی سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر	نمره
۱۳	دو خط در فضا نسبت به یکدیگر چند وضعیت دارند؟ هریک را تعریف کنید.		۱.۵
۱۴	هریک از مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) خط عمود بر صفحه ب) دو صفحه ی عمود بر هم		۱.۵
۱۵	تصویر شکل زیر از سه نمای رو به رو، چپ و بالا را رسم کنید.		۱.۵
۱۶	صفحه ای به فاصله ی 5 cm از مرکز کره ای به شعاع 13 cm آن را قطع کرده است. مساحت سطح مقطع حاصل را بیابید.		۱
۱۷	در هر مورد، شکل حاصل از دوران را بیابید. الف) دوران مربع حول یک ضلع آن ب) دوران مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع قائمه		۱

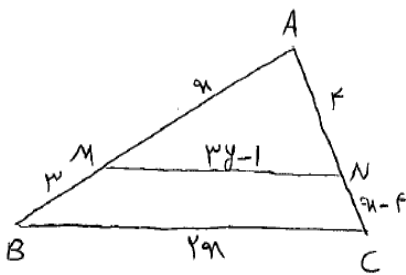
صفحه ی ۲ از ۲

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح محل مهر یا امضاء مدیر
۱	<p>ابتدا ضلع به طول ۹ را رسم می کنیم، سپس به مرکزهای دو سر این ضلع و به شعاع های ۵ و ۷، دو دایره رسم می کنیم تا یکدیگر را در رأس سوم قطع کنند.</p> 
۲	<p>فرض کنیم عمودمنصف های اضلاع AC و BC یکدیگر را در نقطه ی O قطع می کنند، داریم:</p>  $\begin{cases} OA = OC \text{ است } AC \text{ عمود منصف } O \\ OB = OC \text{ است } BC \text{ عمود منصف } O \end{cases} \rightarrow OA = OB$ <p>\rightarrow روی عمود منصف AB است O</p> <p>پس عمود منصف های اضلاع مثلث ABC در O همرس اند.</p>
۳	<p>در مثلث ABC فرض می کنیم $AB > AC$، نقطه ی C' را روی AB چنان انتخاب می کنیم که $AC' = AC$، حال داریم:</p>  $\Delta ACC': AC' = AC \rightarrow \widehat{C}'_1 = \widehat{C}_1 (*)$ <p>$\widehat{C}'_1 \rightarrow \widehat{C}'_1 = \widehat{B} + \widehat{C}_2 \rightarrow \widehat{C}'_1 > \widehat{B}$</p> <p>$\xrightarrow{(*)} \widehat{C}'_1 > \widehat{B} \rightarrow \widehat{C} > \widehat{B}$</p>
۴	<p>فرض کنیم $BC = B'C'$، داریم:</p>  $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2} a \cdot h}{\frac{1}{2} a' \cdot h'} = \frac{h}{h'}$

از آنجا که $MN \parallel BC$ طبق قضیه ی تالس در مثلث ABC داریم :



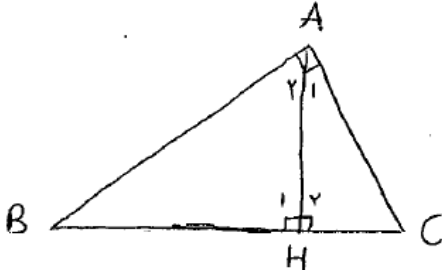
$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \rightarrow \frac{x}{3} = \frac{4}{x-4}$$

$$\rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \rightarrow x = -2 \text{ یا } x = 6 \xrightarrow{x > 0} x = 6$$

قضیه ی تالس $\rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \rightarrow \frac{3y-1}{2y} = \frac{6}{9} \rightarrow \frac{3y-1}{12} = \frac{6}{9} \rightarrow \frac{3y-1}{12} = \frac{2}{3} \rightarrow 3y-1 = 8 \rightarrow 3y = 9 \rightarrow y = 3$

۵

در دو مثلث قائم الزاویه ی ABC و ABH داریم :



$$\begin{cases} \widehat{A_1} + \widehat{A_2} = 90^\circ \\ \widehat{B} + \widehat{A_2} = 90^\circ \end{cases} \rightarrow \widehat{B} = \widehat{A_1}$$

$$(\widehat{B} = \widehat{A_1}), (\widehat{H_1} = \widehat{H_2}) \rightarrow \Delta ABH \sim \Delta ACH \rightarrow \frac{AH}{HC} = \frac{BH}{AH}$$

$$\rightarrow AH^2 = BH \cdot HC$$

۶

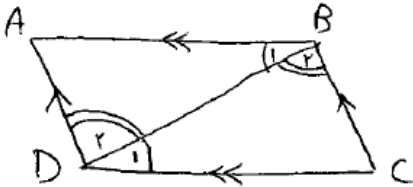
تعداد اضلاع را n فرض می کنیم، داریم :

$$\text{تعداد قطرها} = 3 \times (\text{تعداد اضلاع}) \rightarrow \frac{n(n-3)}{2} = 3n \xrightarrow{\div n} \frac{(n-3)}{2} = 3 \rightarrow n-3 = 6 \rightarrow n = 9$$

$$\text{مجموع زوایا داخلی} \rightarrow 180^\circ(9-2) = 1260^\circ$$

۷

در متوازی الاضلاع $ABCD$ با رسم قطر BD داریم :



$$\begin{cases} (AB \parallel DC), (BD \text{ مورب}) \rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{D_1} \\ (AD \parallel BC), (BD \text{ مورب}) \rightarrow \widehat{D_2} = \widehat{B_2} \end{cases} \rightarrow \Delta ABD \cong \Delta CDB \text{ (ز ض ز)} \rightarrow \begin{cases} AB = DC \\ AD = BC \end{cases}$$

$$BD = BD$$

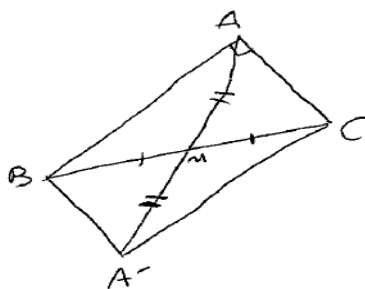
۸

در مثلث قائم الزاویه ی ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، میانه ی AM را به اندازه ی خودش امتداد

می دهیم تا نقطه ی A' بدست آید. در چهارضلعی $ABA'C$ قطرهای یکدیگر را نصف کرده اند،

پس این چهارضلعی متوازی الاضلاع است و چون $\hat{A} = 90^\circ$ ، یک مستطیل است. می دانیم

قطرهای مستطیل با هم برابرند، در نتیجه :

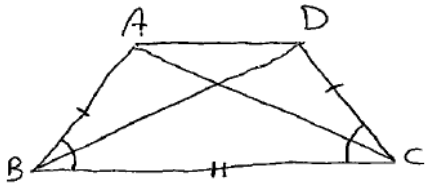


$$AA' = BC \rightarrow 2AM = BC \rightarrow AM = \frac{1}{2}BC$$

۹

از آنجا که این دوزنقه، متساوی الساقین است، زاویه های مجاور به قاعده ها برابرند

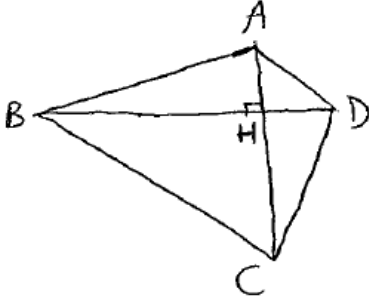
و داریم :



$$\begin{cases} AB = DC \\ BC = BC \\ \hat{B} = \hat{C} \end{cases} \rightarrow \Delta ABC \cong \Delta DCB \text{ (ض ز ض)} \rightarrow AC = BD$$

۱۰

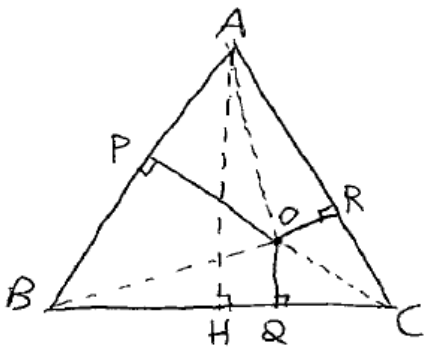
محل برخورد قطرهای را H می نامیم، داریم :



$$\begin{aligned} S_{\Delta ABC} &= S_{\Delta ABD} + S_{\Delta CBD} = \frac{1}{2}BD \cdot AH + \frac{1}{2}BD \cdot CH \\ &= \frac{1}{2}BD(AH + CH) = \frac{1}{2}BD \cdot AC \end{aligned}$$

۱۱

ضلع مثلث متساوی الاضلاع را a فرض می کنیم، داریم :



$$\begin{aligned} S_{\Delta OAB} + S_{\Delta OBC} + S_{\Delta OAC} &= S_{\Delta ABC} \\ \rightarrow \frac{1}{2}a \cdot OP + \frac{1}{2}a \cdot OQ + \frac{1}{2}a \cdot OR &= \frac{1}{2}a \cdot AH \\ = \frac{1}{2}a \cdot AH \xrightarrow{\div (\frac{1}{2}a)} OP + OQ + OR &= AH \end{aligned}$$

۱۲

دو خط در فضا نسبت به هم، سه وضعیت دارند :

۱- موازی : دو خط که در یک صفحه بوده و یکدیگر را قطع نکنند.

۲- متقاطع : دو خط که یک و تنها یک نقطه ی مشترک داشته باشند.

۳- متنافر : دو خط که در یک صفحه قرار نمی گیرند.

۱۳

الف- یک خط بر یک صفحه عمود است هرگاه آن را قطع کرده و بر کلیه ی خطوطی از آن صفحه که از نقطه ی برخورد می گذرند،

عمود باشد.

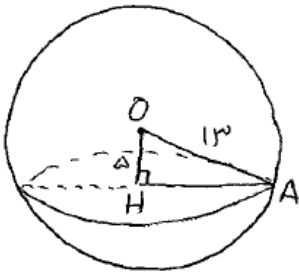
ب- دو صفحه بر هم عمودند هرگاه خطی در یکی از آنها وجود داشته باشد که بر دیگری عمود باشد.

۱۴

نما	رو به رو	چپ	بالا
تصویر			

۱۵

مطابق شکل، در مثلث قائم الزاویه ی OAH طبق قضیه ی فیثاغورس، داریم :

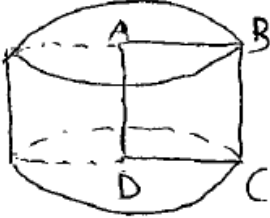


$$5^2 + AH^2 = 13^2 \rightarrow AH = 12$$

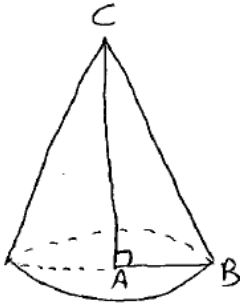
$$\text{مساحت سطح مقطع} = \pi \times AH^2 = 144\pi$$

۱۶

الف- یک استوانه که شعاع قاعده و ارتفاع آن، برابر ضلع مربع است.



ب- یک مخروط که شعاع قاعده و ارتفاع آن، اضلاع قائمه ی مثلث می باشند.



۱۷

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح : فرزاد زمانی نژاد

جمع بارم : ۲۰ نمره