1) مفاهیم زیر را تعریف کنید : (1 نمره)

الف) اصل   ب) استدلال استقرایی

2) مکان هندسی نقاطی در صفحه که از دو خط موازی به یک فاصله باشد را مشخص کنید : (0/5 نمره)

3) طول اقطار یک لوزی 6 و 8 میباشد. لوزی را رسم کنید: (1 نمره)

4) قضیه شرطی و عکس قضیه ی شرطی گزاره ی « در هر مستطیل قطرها برابرند » را بنویسید. (0/5 نمره)

5) ثابت کنید نقطه ی D روی نیمساز زاویه ی XOY است اگر و تنها اگر فاصله ی D از دو ضلع زاویه یکسان باشد : (1/5 نمره)

6) قضیه ی ضلع برتر و عکس آن را ثابت کنید : (2 نمره)

7) قضیه ی حمار را ثابت کنید : (1/5 نمره)

8) ثابت کنید عمود منصف های مثلث همرسند . (1 نمره)

9) عکس قضیه ی تالس را اثبات کنید : (1/5 نمره)

10) قضیه ی تالس در ذوزنقه را اثبات کنید : (1/5 نمره)

11) در مثلث ABC ،   نیمساز داخلی زاویه ی A میباشد. ثابت کنید : $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}$ (2 نمره)

12) ثابت کنید اگر دو مثلث متشابه باشند ، آنگاه نسبت تشابه با نسب ارتفاع های نظیر برابر است : (1/5 نمره)

13) ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ، ارتفاع وارد بر وتر ، واسطه هندسی بین قطعاتی است که روی وتر ایجاد میکند. (1/5 نمره)

14) در مثلث ABC ، AH ارتفاع و AM میانه ی وارد بر BC میباشند. ثابت کنید : $|AC^2-AB^2|=2MH.BC$ (2 نمره)

15) در مثلث ABC ،   و M روی AB قرار دارد. اگر مساحت ذوزنقه ی $MNCB$ هشت برابر مساحت مثلث

باشد نسبت $\frac{MB}{MA}$ را بدست آورید : (1 نمره)

«بسمه تعالی»

جای مهر

کلید هندسه ۱

اداره آموزش و پرورش منطقه۴تهران

نام و نام خانوادگی: دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا متوسطه دوم امتحانات: **پایانی اول**

کلاس: امتحان: پایه: رشته: تاریخ امتحان:

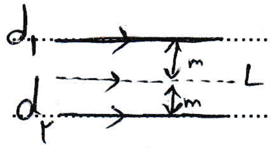
شماره صندلی: مدت زمان:

نام دبیر: تعداد صفحات:

پاسخنامه

ج۱) الف) مفاهیم و حقایقی را که درستی آنها را بدون اثبات می پذیریم

ب) روش نتیجه گیری کلی براساس چند تجربه و آزمایش را استدلال استقرایی گویند

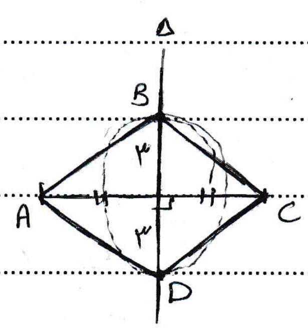


ج۲) جواب مکان هندسی: خط L وسط دو خط موازی d_1 و d_2 و موازی با آنها

ج۳) ابتدا پاره خط به طول ۸ را در نظر میگیریم سپس عمود منصف آن را رسم می کنیم به مرکز تلاقی پاره خط و عمود منصف

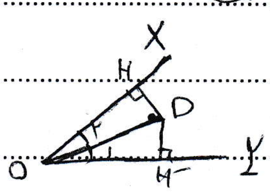
دایره ای به شعاع ۳ رسم می کنیم تا عمود منصف را در دو نقطه قطع کند. اگر نقاط بدست آمده را به دو سر پاره خط اول

وصل کنیم، چهار ضلعی حاصل لوزی است.



ج۴) شرطی: اگر چهار ضلعی مستطیل باشد آنگاه قطرهایش باهم برابرند

عکس شرطی: اگر قطرهای یک چهارضلعی باهم برابر باشند آنگاه چهارضلعی مستطیل است.



ج۵) فرض: D روی نیمساز XOY $(\hat{O}_1=\hat{O}_2)$

حکم: $DH = DH'$

برهان: از D به O وصل می کنیم

$\hat{O}_1=\hat{O}_2$ فرض

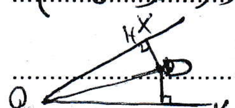
DO وتر مشترک — وتر و یک زاویه حاده

$\overset{\Delta}{ODH} \cong \overset{\Delta}{ODH'} \Rightarrow DH = DH'$

فرض: $DH=DH'$ ، XOY

حکم: D روی نیمساز XOY $(\hat{O}_1=\hat{O}_2)$

برهان: از D به O وصل می کنیم

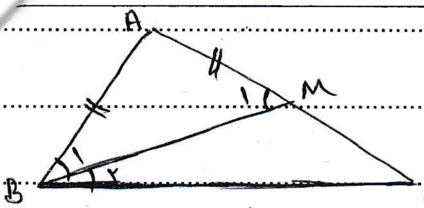


$DH=DH'$

DO ... وتر و یک ضلع

$\overset{\Delta}{ODH} \cong \overset{\Delta}{ODH'} \Rightarrow \hat{O}_1=\hat{O}_2$

ج ۱۶) فرض: $\triangle ABC$ ، $AB < AC$ — حکم: $\hat B > \hat C$



برهان: پاره‌خط AM را به اندازه‌ی AB روی ضلع AC جدا می‌کنیم.

$AB = AM \Rightarrow \triangle ABM$ متساوی‌الساقین $\Rightarrow \hat B_1 = \hat M_1$

$\triangle BMC$: زاویه خارجی $\hat M_1 = \hat B_2 + \hat C \Rightarrow \hat M_1 > \hat C$

$\hat B = \hat B_1 + \hat B_2 \xRightarrow{\hat B_1 = \hat M_1} \hat B > \hat M_1$

$\Rightarrow \hat B > \hat C$

فرض: $\hat B > \hat C$ ، $\triangle ABC$ — حکم: $AC > AB$

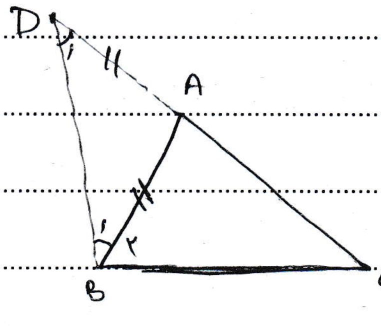
برهان خلف: فرض می‌کنیم حکم غلط است یعنی: $AC \not> AB$

$AC = AB \Rightarrow \triangle ABC$ متساوی‌الساقین $\Rightarrow \hat B = \hat C$ ✗

$AC < AB \xRightarrow{\text{ضلع بزرگتر}} \hat B < \hat C$ ✗

چون به تناقض رسیدیم پس فرض خلف باطل و حکم درست است.

ج ۱۷) فرض: $\triangle ABC$ — حکم: $AB + AC > BC$



برهان: ضلع AC را از طرف A به اندازه‌ی AB تا نقطه‌ی D امتداد می‌دهیم و از D به B وصل می‌کنیم.

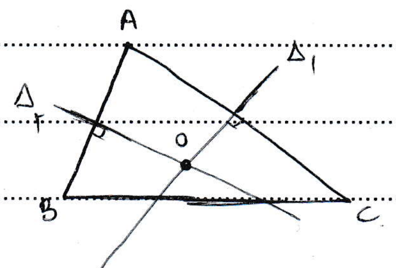
$\triangle ABD: AD = \overset{*}{AB} \Rightarrow \triangle ADB$ متساوی‌الساقین $\Rightarrow \hat B_1 = \hat D$

$\triangle BMC: \hat B = \hat B_1 + \hat B_2 \Rightarrow \hat B > \hat B_1$

$\Rightarrow \hat B > \hat D \xRightarrow{\text{عکس ضلع بزرگتر}} DC > BC$

$\Rightarrow DA + AC > BC \xRightarrow{*} AB + AC > BC$ به همین ترتیب بقیه ضلع‌ها ثابت می‌شوند.

ج ۱۸) فرض: $\triangle ABC$ — حکم: عمودمنصف‌ها همرسند



برهان: ابتدا عمودمنصف‌های دو ضلع AB و AC را رسم می‌کنیم تا همدیگر را در O قطع کنند.

$\Delta_1 \frac{\perp}{2} AC \xRightarrow{\text{تعریف عمودمنصف}} OA = OC$

$\Delta_2 \frac{\perp}{2} AB \xRightarrow{\text{تعریف عمودمنصف}} OA = OB$

$\Rightarrow OB = OC \xRightarrow{\text{عکس تعریف عمودمنصف}}$ O روی عمودمنصف BC

$\Leftarrow$ عمودمنصف‌ها همرسند.

«بسمه تعالی»

اداره آموزش و پرورش منطقه۴تهران

جای مهر

دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا متوسطه دوم امتحانات: **پایانی اول**

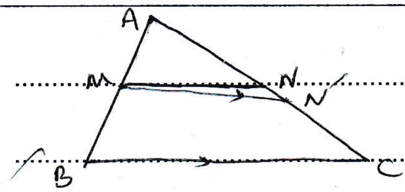
نام و نام خانوادگی:

کلاس: امتحان: پایه: رشته: تاریخ امتحان:

شماره صندلی: مدت زمان:

نام دبیر: تعداد صفحات:

پاسخنامه



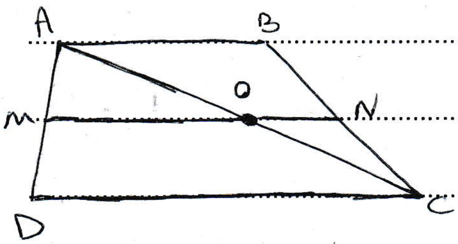
ج ۹) فرض: $\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}$ ، $\overset{\triangle}{ABC}$

حکم: $MN \parallel BC$

برهان خلف: فرض می‌کنیم حکم غلط است یعنی $MN \nparallel BC$ پس از نقطه M، خطی موازی BC رسم می‌کنیم

$MN' \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس جزء به جزء}} \frac{AM}{MB}=\frac{AN'}{N'C} \xrightarrow{\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}} \frac{AN}{NC}=\frac{AN'}{N'C} \Rightarrow$ N و N' بر هم منطبق هستند

چون به تناقض رسیدیم پس فرض خلف باطل و حکم درست است پس: $MN \parallel BC$



ج ۱۰) فرض: ABCD ذوزنقه ، $AB \parallel MN \parallel CD$

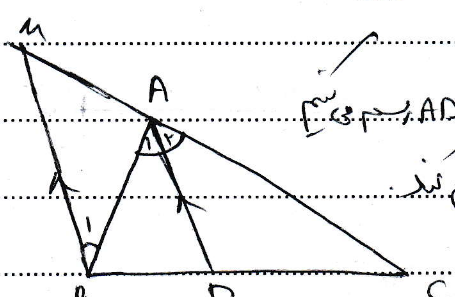
حکم: $\frac{AM}{MD}=\frac{BN}{NC}$

برهان: قطر AC را رسم می‌کنیم تا MN را در O قطع کند.

$\overset{\triangle}{ADC}: MO \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس جزء به جزء}} \frac{AM}{MD}=\frac{AO}{OC}$

$\overset{\triangle}{ABC}: NO \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس جزء به جزء}} \frac{BN}{NC}=\frac{AO}{OC}$

$\Rightarrow \frac{AM}{MD}=\frac{BN}{NC}$



ج ۱۱) فرض: $\overset{\triangle}{ABC}$ ، AD نیمساز

حکم: $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}$

برهان: از B موازی AD رسم می‌کنیم تا امتداد AC را در M قطع کند.

$\overset{\triangle}{MBC}: BM \parallel AD \xrightarrow{\text{تالس جزء به جزء}} \frac{AM}{AC}=\frac{BD}{DC}$ ①

$\begin{cases} MB \parallel AD \\ MC \text{ مورب} \end{cases} \xrightarrow{\text{قضیه خطوط موازی}} \hat{A}_2=\hat{M}$

$\begin{cases} MB \parallel AD \\ AB \text{ مورب} \end{cases} \xrightarrow{\text{قضیه خطوط موازی}} \hat{A}_1=\hat{B}_1$

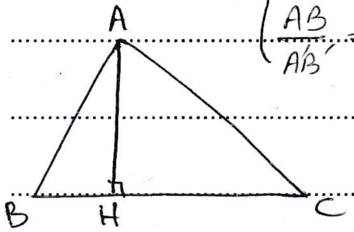
$\xrightarrow{\hat{A}_1=\hat{A}_2} \hat{B}_1=\hat{M} \Rightarrow \overset{\triangle}{MAB}$ متساوی‌الساقین $\Rightarrow MA=AB$ ②

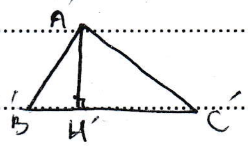
$\xrightarrow{①,②} \frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}$

ج ۱۲) فرض: $ABC \sim A'B'C'$

حکم: $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AH}{A'H'}=K$

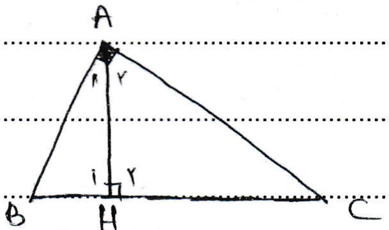
$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A}=\hat{A'} \ \& \ \hat{B}=\hat{B'} \ \& \ \hat{C}=\hat{C'} \\ \frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}=K \end{cases}$





$\begin{cases} \hat{B}=\hat{B'} \\ \hat{H}=\hat{H'}=90 \end{cases} \xrightarrow{\text{زز}} \overset{\triangle}{ABH} \sim \overset{\triangle}{A'B'H'}$

$\Rightarrow \frac{AB}{A'B'}=\frac{AH}{A'H'}=K$

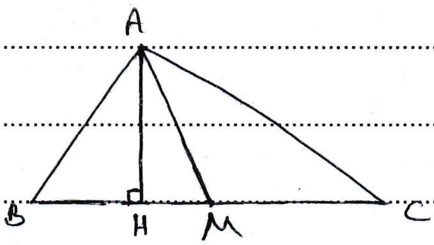


ج ۱۳) فرض: $\overset{\triangle}{ABC}$ ، $\hat{A}=90$ ، AH ارتفاع

حکم: $AH^2=BH \cdot CH$

$\begin{cases} \hat{A}_1+\hat{B}=90^\circ \\ \hat{A}_1+\hat{A}_2=90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{B}=\hat{A}_2$

$\begin{cases} \hat{B}=\hat{A}_2 \\ \hat{H}_1=\hat{H}_2=90^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{زز}} \overset{\triangle}{ABH} \sim \overset{\triangle}{ACH} \Rightarrow \frac{BH}{AH}=\frac{AH}{CH} \Rightarrow AH^2=BH \cdot CH$



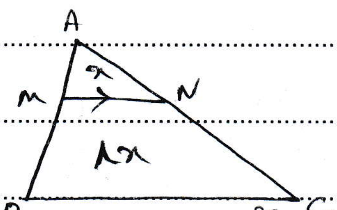
ج ۱۴) فرض: $\overset{\triangle}{ABC}$ ، AH ارتفاع و AM میانه

حکم: $|AC^2-AB^2|=2MH \cdot BC$

$\begin{cases} \overset{\triangle}{ACH}: AC^2=AH^2+CH^2 \\ \overset{\triangle}{ABH}: AB^2=AH^2+BH^2 \end{cases} \xrightarrow{-} AC^2-AB^2=CH^2-BH^2$

$\Rightarrow AC^2-AB^2=(CH-BH)(CH+BH) \Rightarrow AC^2-AB^2=(CM+MH-BM+MH)\,BC$

$\Rightarrow |AC^2-AB^2|=2MH \cdot BC$



ج ۱۵) فرض: $\overset{\triangle}{ABC}$ ، $MN \parallel BC$ ، شکل

حکم: $\frac{MB}{MA}=?$

$\overset{\triangle}{ABC}: MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \overset{\triangle}{AMN} \sim \overset{\triangle}{ABC} \Rightarrow \frac{AM}{AB}=\sqrt{\frac{S_{\overset{\triangle}{AMN}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{MB}{MA}=2$